1 Máximos y mínimos para funciones de dos variables

1. Si (a,b) es solución del siguiente sistema de ecuaciones entonces es punto crítico de $f(x,y)$

$$\begin{aligned} f_x &= 0 \\ f_y &= 0 \end{aligned}$$

2. Se definine D como la función

$$D = (f_{xx})(f_{yy}) - (f_{xy})^2$$

de manera que

a) Si $D(a,b) > 0$ y $f_{xx}(a,b) < 0$, entonces f tiene un máximo relativo

b) Si $D(a,b) > 0$ y $f_{xx}(a,b) > 0$, entonces f tiene un mínimo relativo

c) Si $D(a,b) < 0$, entonces f tiene un punto de silla en (a,b).

d) Si $D(a,b) = 0$, no se puede concluir nada.

2 Optimización restringida de dos variables

Considerese el problema de optimización restringida

$$\begin{aligned} \textit{Máximo (o mínimo) } y &= f\ (x_1, x_2) \\ \textit{sujeto a } g(x_1,x_2) &= k \end{aligned}$$

función lagrangiana

$$\mathcal{L}(x_1,x_2,\lambda) = f(x_1,x_2,) - \lambda[g(x_1,x_2) - k]$$

Condiciones necesarias para los extremos relativos

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{x_1} &= 0 \\ \mathcal{L}_{x_2} &= 0 \\ \mathcal{L}_{\lambda} &= 0 \end{aligned}$$

2.1 Regla de Cramer (forma general)

$$x_1 = \frac{|D_{x_1}|}{|D|}, x_2 = \frac{|D_{x_2}|}{|D|}, \ldots, x_n = \frac{|D_{x_n}|}{|D|}$$

3 Formulas de integración

$$\begin{aligned}
\int k\,dx &= kx + c \\
\int x^n dx &= \frac{x^{n+1}}{n+1} + c \qquad n \neq -1 \\
\int kf(x)\,dx &= k\int f(x)\,dx + c \\
\int (f(x) \pm g(x))\,dx &= \int f(x)\,dx \pm \int g(x)\,dx + c \\
\int u^n du &= \frac{u^{n+1}}{n+1} + c \\
\int e^u du &= e^u + c \\
\int a^u du &= \frac{a^u}{\ln a} + c \\
\int \frac{du}{u} &= \int u^{-1} du = \ln u + c \\
\int u\,dv &= uv - \int v\,du + c \\
\int \ln u\,du &= u\ln u - u + c \\
\int (\log_b u)\,du &= \frac{u}{\ln b}(\ln u - 1) + c \\
\int_a^b f(x)\,dx &= F(b) - F(a)
\end{aligned}$$

3.1 Aplicaciones económicas de la integral

$$\begin{aligned} EC &= \int_0^{q_0} [f(q) - p_0]\,dq \\ EP &= \int_0^{q_0} [p_0 - g(q)]\,dq \end{aligned}$$

donde

$$\begin{aligned} EC &= \text{Excendente del consumidor} \\ EP &= \text{Excendente del productor} \end{aligned}$$

3.2 Valor promedio

$$\bar{f} = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,dx$$